

Parameterschätzung an nichtlinearen S_M -Systemen

W. KLIPPEL, Audio Research Group, University of Waterloo, Waterloo, Kanada

1 Einleitung

Das Übertragungsverhalten von technischen Systemen mit schwachen Nichtlinearitäten (z.B. Lautsprecher, Sensoren) kann mit Hilfe von blockorientierten Systemmodellen beschrieben werden. Diese Modelle zeigen die Entstehung und Übertragung der Verzerrungen mit Hilfe eines Signalfußplanes, der statische, nichtlineare Übertragungsglieder und lineare, dynamische Teilsysteme enthält. Das Gedächtnis des Systems ist ausschließlich in den linearen Teilsystemen konzentriert, sie bestimmen die Frequenzabhängigkeit des Systems. In vielen Fällen ergeben sich relativ einfache Blockmodelle, die die technischen Systeme vollständig beschreiben oder ausreichend genau approximieren. Eine wichtige Struktur ist hierbei das sogenannte S_M -System, das aus einem linearem System $H_1(s)$ und der Parallelschaltung von M Zweigen besteht, wobei jeder Zweig i mit $1 < i \leq M$ ein Potenzierglied i -ter Ordnung enthält, das von zwei linearen Teilsystemen umgeben ist. Abb. 1 zeigt ein solches System für $M = 3$.

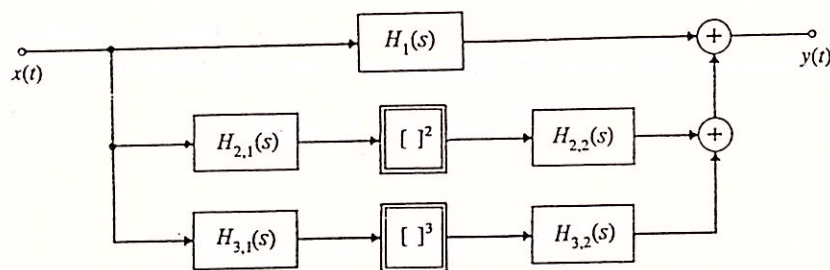


Abb. 1: S_M -System

Für diese wichtige Klasse der nichtlinearen Systeme wurden verschiedene Methoden zur Schätzung der freien Parameter, d.h. zur Bestimmung der Übertragungsfunktionen $H_{1,1}(s)$ und $H_{1,2}(s)$ entwickelt. Baumgartner und Rugh [1] bestimmten aus den Ergebnissen einer Verzerrungsmessung mit einem stationären Anregungston die Pol- und Nullstellen dieser Übertragungsfunktionen. Diese Methode stellt zusätzliche Bedingungen an die Stellung der Pol- und Nullstellen zueinander und ist leider nur bei Systemen niedriger Ordnung anwendbar.

Billings and Fakhouri [2] entwickelten eine alternative Identifikationsmethode, die auf einer Korrelationsmessung beruht. Um die verschiedenen Teilsysteme zu separieren, wird das System mit weißem Rauschen mit einer nicht mittelwertfreien Gaußverteilung bei verschiedenen Amplituden angeregt. Über die Berechnung der Korrelationen erster und zweiter Ordnung zwischen dem Eingangs- und Ausgangssignal werden rationale Funktionen für die linearen Teilsysteme bestimmt. Diese Methode erfordert, daß $H_{\delta,1}(0) \neq 0$ ($1 < \delta \leq M$) ist und der Gleichanteil des Anregungssignales bis zu den statischen Nichtlinearitäten übertragen wird.

Diese bekannten Identifikationsmethoden können aufgrund der zusätzlichen Bedingungen bei vielen realen technischen Systemen nicht angewendet werden. Ein elektrodynamischer Lautsprecher mit Exponentialhorn, dessen nichtlineares Übertragungsverhalten das S_M -Modell adäquat beschreibt, besitzt zum Beispiel eine untere Übertragungsgrenze (z.B. 500 Hz) und der Gleichanteil des Anregungssignales erreicht die Nichtlinearitäten in der Schallführung nicht. Darüberhinaus führen die Eigenschwingungen der Membran und die akustischen Reflexionen im Horn zu komplizierten Übertragungsfunktionen, die durch rationale Funktionen niedriger Ordnung nur schlecht approximiert werden können.

In diesem Beitrag wird eine Methode vorgestellt, die sich zur Identifikation von schwach

nichtlinearen Systemen mit einer S_M -Struktur eignet. Eine ausführliche Darstellung findet der Leser in [3].

2 Partielle Messung der Systemfunktionen

Systeme mit einer schwachen und stetigen Nichtlinearität können im Rahmen praktischer Untersuchungen mit amplitudenbeschränkten Eingangssignalen durch ein Polynomsystem dritter Ordnung beschrieben werden. Die einzelnen Zweige (Potenzsysteme) in dem in Abb. 1 dargestellten S_M -System können mit Hilfe der linearen Systemfunktionen $H_1(s)$, der Systemfunktion zweiter Ordnung

$$H_2(s_1, s_2) = H_{2,1}(s_1) H_{2,1}(s_2) H_{2,2}(s_1 + s_2) \quad (1)$$

und der Systemfunktion dritter Ordnung

$$H_3(s_1, s_2, s_3) = H_{3,1}(s_1) H_{3,1}(s_2) H_{3,1}(s_3) H_{3,2}(s_1 + s_2 + s_3) \quad (2)$$

beschrieben werden. Für die linearen Teilsysteme

$$H_{\delta, \gamma}(j\omega_k) = A_{\delta, \gamma}(\omega_k) e^{j\phi_{\delta, \gamma}(\omega_k)} \quad \delta \in \{2, 3\}, \quad \gamma \in \{1, 2\} \quad (3)$$

sollen die Amplitude $A_{\delta, \gamma}(\omega_k)$ und die Phase $\phi(\omega_k)$ an den diskreten Frequenzlinien $\omega_k = k\omega_0$ im Abstand ω_0 bestimmt werden.

Die Identifikation stützt sich auf eine partielle Messung der Systemfunktionen erster

$$H_1(j\omega_\mu) = A_1[\mu] e^{j\phi_1[\mu]}, \quad (4)$$

zweiter

$$H_2(j\omega_\mu, j\omega_\nu) = A_2[\mu, \nu] e^{j\phi_2[\mu, \nu]}, \quad (5)$$

und dritter Ordnung

$$H_3(j\omega_\mu, j\omega_\nu, j\omega_\lambda) = A_3[\mu, \nu, \lambda] e^{j\phi_3[\mu, \nu, \lambda]} \quad (6)$$

an ausgewählten Spektrallinien. Die Systemfunktionen werden durch Anregung des Systems mit einem Zweitonsignal bei verschiedenen Frequenzen und durch eine Frequenzanalyse des stationären Ausgangssignales direkt bestimmt. Da die Systemfunktionen von S_M -System eine erhebliche Redundanz enthalten, ist mit relativ wenigen Meßwerten eine vollständige Identifikation der Teilsysteme möglich. Die Ausführung dieser Messungen wird in [3] näher diskutiert.

3 Identifikation der linearen Teilsysteme

Das Einsetzen von Gl. (3) in die Gln. (1) und (2) und anschließendes Logarithmieren führt auf die folgenden linearen Beziehungen der Amplituden (als Pegelgrößen)

$$L_2[\mu, \nu] = L_{2,1}[\mu] + L_{2,1}[\nu] + L_{2,2}[\mu + \nu] \quad (7)$$

$$L_3[\mu, \nu, \lambda] = L_{3,1}[\mu] + L_{3,1}[\nu] + L_{3,1}[\lambda] + L_{3,2}[\mu + \nu + \lambda] \quad (8)$$

und Phasen

$$\phi_2[\mu, \nu] = \phi_{2,1}[\mu] + \phi_{2,1}[\nu] + \phi_{2,2}[\mu + \nu] \quad (9)$$

$$\phi_3[\mu, \nu, \lambda] = \phi_{3,1}[\mu] + \phi_{3,1}[\nu] + \phi_{3,1}[\lambda] + \phi_{3,2}[\mu + \nu + \lambda] \quad (10)$$

zwischen den gemessenen Systemfunktionen zweiter und dritter Ordnung und den gesuchten Übertragungsfunktionen der Teilsysteme. Die Anzahl der Meßwerte der Systemfunktionen auf

der linken Seite übersteigt die Anzahl der unbekannt Parameter auf der rechten Seite der Gln. (7) - (10). Dieses überbestimmte Gleichungssystem wird mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate gelöst, siehe [3]. Hierbei ergibt sich eine sehr einfache Lösung, da der aufwendige Teil der Rechnung nur einmal ausgeführt werden muß und für alle weiteren Messungen nur eine einfache Matrizenmultiplikation erforderlich ist.

Dieses Meß- und Identifikationssystem wurde mit Hilfe eines PC gesteuerten, digitalen Signalprozessors realisiert.

4 Anwendungsbeispiel

Die hier vorgestellte Methode wurde an dem in Abb. 2 dargestellten elektrischen Netzwerk getestet. Eine statische Nichtlinearität wurde mit Hilfe von analogen Multiplizierern realisiert und zwischen zwei lineare Filter (grafische Equalizer) geschaltet. In dem Filter vor der Nichtlinearität wurde das Terzband bei 2 kHz um 12 dB gegenüber den anderen Bändern angehoben. In dem anderen Filter wurde das gleiche Terzband bei 2 kHz um 12 dB abgesenkt und die Terz bei 5 kHz um 12 dB gegenüber allen anderen Bändern erhöht. Durch die Verstärker k_2 und k_3 wurden die nichtlinearen Zweige so weit geöffnet, daß die Amplitude der nichtlinearen Verzerrungen 5% der Amplitude des linearen Signales erreichte.

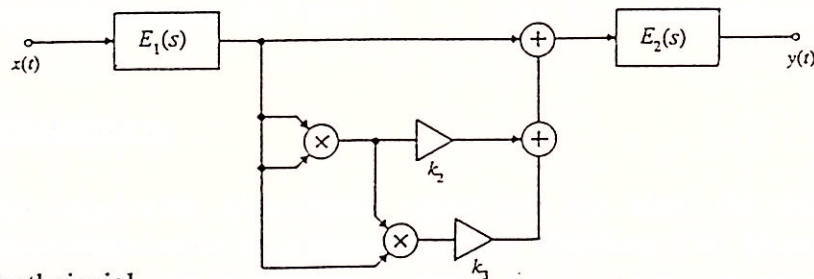


Abb. 2: Testbeispiel

Die Übertragung der Grundschwingung zwischen dem Eingang und Ausgang beschreibt die Systemfunktion erster Ordnung

$$H_1(s) = E_1(s)E_2(s) \quad , \quad (11)$$

die sich aus der Kettenschaltung der beiden Filter ergibt. Die Messung der quadratischen und kubischen Verzerrungen mit einem Zweitonsignal und die Ausführung einer Matrizenmultiplikation erlaubt eine Schätzung der Systemfunktionen $E_1(s)$ und $E_2(s)$.

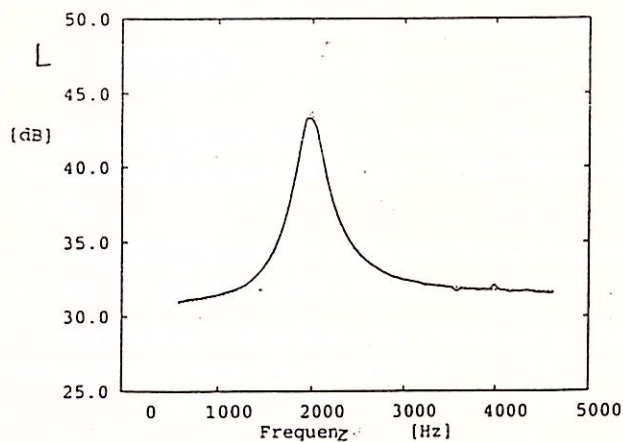


Abb. 3: Amplitudenfrequenzgang des Filters E_1 .

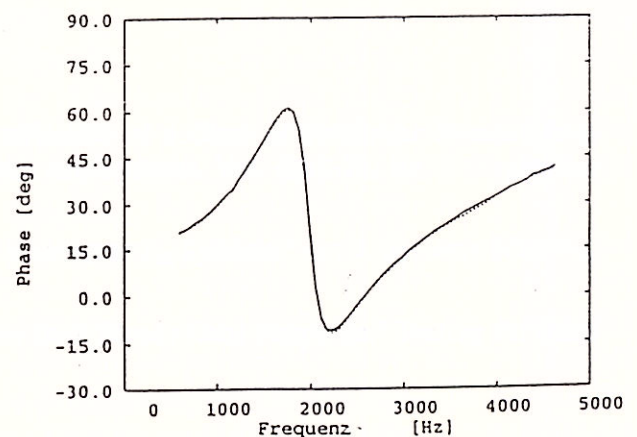


Abb. 4: Phasenfrequenzgang des Filters E_1

Die Abb. 3 - Abb. 6 zeigen die identifizierten Amplituden- und Phasenfrequenzgänge der Filter $E_1(s)$ und $E_2(s)$ als durchgezogene Linien. Im Vergleich hierzu sind die an jedem Filter direkt gemessenen linearen Übertragungsfunktionen als punktierte Linien dargestellt. Die mittleren quadratischen Abweichungen zwischen gemessenen Verzerrungen und den aus dem identifizierten S_M -Modell rückgerechneten Verzerrungen lagen bei 0.5 dB in der Amplitude und 3° in der Phase.

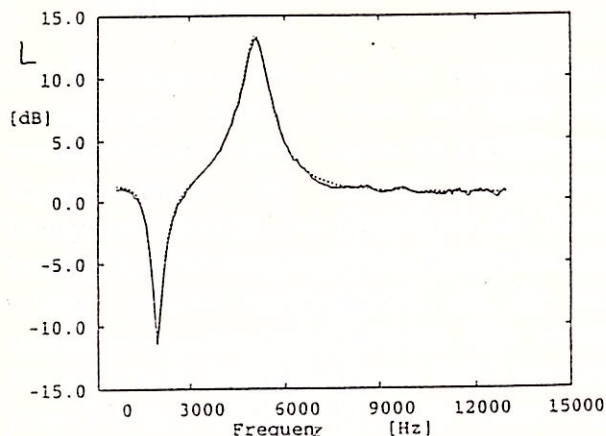


Abb. 5: Amplitudenfrequenzgang des Filters E_2

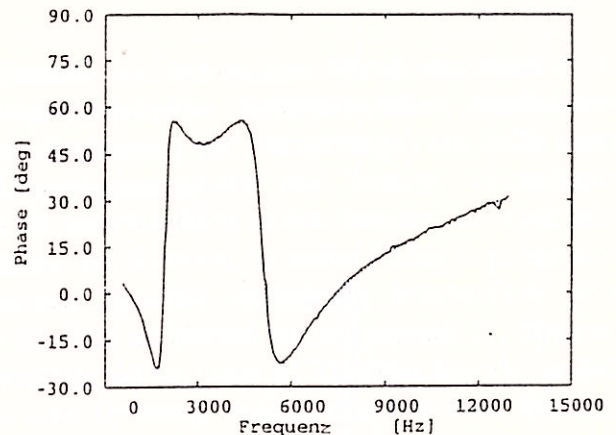


Abb. 6: Phasenfrequenzgang des Filters E_2

5 Schlußfolgerungen

Der hier vorgestellte Algorithmus eignet sich vor allem für die Identifikation von nichtlinearen Systemstrukturen in elektroakustischen Wandlern. Die Messung kann auf einen gewünschten Frequenzbereich beschränkt werden und liefert Meßwerte mit einem hohen Signal-Rausch-Abstand auch bei schwachen Nichtlinearitäten.

Die Ergebnisse der Identifikation sind die Amplituden- und Phasenfrequenzgänge der Teilsysteme. Sie können nachträglich durch eine rationale Funktion approximiert und mit Hilfe von Pol- und Nullstellen beschrieben werden.

Die Methode vernachlässigt die Systemfunktionen höherer Ordnung und setzt ein System mit schwachen und stetigen Nichtlinearitäten voraus. Durch Messung der nichtlinearen Verzerrungen bei verschiedenen Anregungsamplituden ist eine Separierung der Systemfunktionen höherer Ordnung und eine Erweiterung dieser Methode möglich.

6 Literatur

- [1] St. Baumgartner and W.J. Rugh, "Complete Identification of a Class of Nonlinear Systems from Steady-State Frequency Response," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, Vol. CAS-22, No. 9 (September 1975).
- [2] S.A. Billings and S.Y. Fakhouri, "Identification of Non-linear S_M Systems," *Int. J. Systems Sci.*, Vol. 10, No. 12, pp. 1401-1408, (1979).
- [3] W. Klippel, "Identification of Nonlinear S_M -Systems from Steady-State Response," Beitrag für *IEEE Trans. Signal Processing* eingereicht.